CM Maths 1.

Chapitre 1: Ensembles & applications

I. Ensembles

Ensemble -> collect° d'éléments.

Exemples.

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$ => ensemble entiers naturels.

$\mathbb{Z} = \{-n; n;\ n \in \mathbb{N}\}$

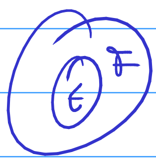
$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q};\ p \in \mathbb{N};\ q \in \mathbb{N}^*\}$ ensemble des rationnels.

$\mathbb{R}$ -> Ensemble des nombres Réels $1 \quad \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

- Soit E un ensemble, on écrit $a \in E$ si a est un élément de E $a \notin E$ n'est pas.

- L'ensemble vide $\emptyset$ est l'ensemble qui n'a pas d'éléments.

- Soient E et F, on écrit $E \subset F$ (E est une partie de F) si tout élément de E est aussi un élément de F.



$E \subset F \Leftrightarrow (a \in E \Rightarrow a \in F)$.

Exemple : $E = [0; 1[$, $F = [0; 4]$.

soit $a \in E$, alors $0 \leq a < 1$

donc $0 \leq a \leq 4$ alors $a \in [0; 4]$.

On a alors : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

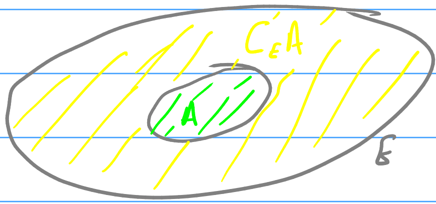
Test!2

• Si F est un ensemble, l'ensemble des parties se note $\mathcal{P}(F)$.

$F=\{0;1\}$ $\mathcal{P}(F)=\{\emptyset;\{0\};\{1\};\{0;1\}\}$

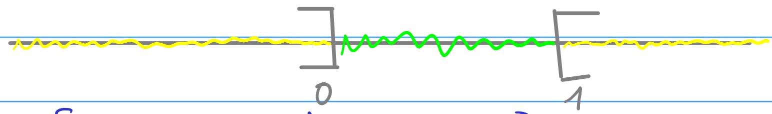
• Soient E et F deux ensembles on écrit $E=F$ si: $E\subset F \wedge F\subset E \Leftrightarrow (a\in E \Leftrightarrow a\in F)$.

• Si $A\in\mathcal{P}(E)$, On note $C_E A=\{x\in E, x\notin A\}$.



⚠ $C_E E=\emptyset$

$C_{\mathbb{R}}[0;1[=\{x\in\mathbb{R}, x<0 \text{ ou } x\geq 1\}$

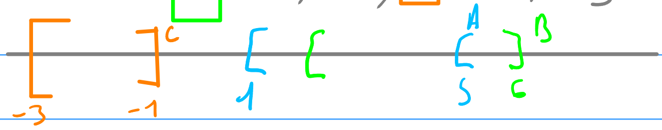


•Union: $A\cup B=\{x\in E, x\in A \text{ ou } x\in B\}$

$C_{\mathbb{R}}[0;1[=]-\infty;0[\cup[1;+\infty[$

•Intersection: $A\cap B=\{x\in E; x\in A \text{ et } x\in B\}$

$\boxed{A}=[0;5[$; $\boxed{B}=[2;6]$, $\boxed{C}=[-3;-1]$



$A\cup B=[0;6]$, $A\cap C=\emptyset$ $A\cap B=[2;5[$

• Soient E et F deux ensembles. On appelle le produit cartésien $E\times F$ pour:

$$E\times F=\{(a;b): a\in E \text{ et } b\in F\}$$

$\mathbb{R}^2=\{(x;y): x\in\mathbb{R} \text{ et } y\in\mathbb{R}\}$.

$E=\{0;1\}$; $F=\{2;4\}$ $E\times F=\{(0;2);(0;4);(1;2);(1;4)\}$

Notations: $\forall x\in E$; $\exists x\in E$; $\exists! x\in E$.

L'assertion "$\forall x\in [0;1[, x<1$" est vraie.

$x<\frac{1}{2}$ fausse

II. Applications.

- Soient E et F deux ensembles. Une application de E dans F est une relation qui associe à tout élément $x\in E$ un unique élément $y\in F$

$f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$. $f(-2)=(-2)^2=4$.

$x \longmapsto x^2$

- Soit $f: E\longmapsto F$ et $x\in E$, $y\in F$

On dit que y est l'image de x par f si $y=f(x)$.

4 est un antécédent de -2 et 2

-1 n'a pas d'antécédant.