

$$(10) f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}, \quad (11) f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}},$$

$$1+x \neq 0 \Rightarrow x \neq -1.$$

$$(10) \frac{1-x}{1+x} \geq 0 \Rightarrow \frac{1-x}{1+x} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{l} 1-x \geq 0 \text{ et } 1+x > 0 \text{ ou} \\ 1-x \leq 0 \text{ et } 1+x < 0 \end{array}$$

$$1-x \geq 0 \Rightarrow 1 \geq x \text{ et } x > -1 \Rightarrow x \in]-1; 1]$$

$$1-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 1 \text{ et } x < -1 \Rightarrow \emptyset$$

$$h(x) = \frac{1-x}{1+x} \quad h'(x) = \frac{-1-x - (1-x)}{(1+x)^2} = \frac{-2}{(1+x)^2}$$

Exercice 8.1. Déterminer le domaine de définition, le domaine de dérivabilité et calculer la dérivée de f dans les cas suivants :

$$(7) f(x) = x \sqrt{1-x^2},$$

$$(12) f(x) = \frac{|x|}{1+x}.$$

$$(7) 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow x \leq 1$$

$$\mathcal{D}_f =]-\infty; 1] \parallel f'(x) = \sqrt{1-x^2} + x \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}. \mathcal{D}_f' =]-1; 1[\setminus \{-1\}$$

$$(12) 1+x \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \Rightarrow \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

Exercice 8.11. Soit $f(x) = \frac{2x+3}{x-5}$.

- (1) Déterminer le domaine de définition, de continuité puis de dérivabilité de f .
- (2) Déterminer les asymptotes de f aux bornes de son domaine de définition et préciser la position de la courbe de f par rapport à ses asymptotes.
- (3) Déterminer le tableau de variation de f .
- (4) Etudier la convexité de f .
- (5) Tracer la courbe représentative de f .
- (6) Quelle est l'image de f ?

1. $f(x) = \frac{2x+3}{x-5}$, $x \neq 5$. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. ; $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$.
Continue sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x-5} = \frac{x(2+\frac{3}{x})}{x(1-\frac{5}{x})} = 2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{1-\frac{5}{x}} = 2$.

Asymptote horizontale $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2+\frac{3}{x}}{1-\frac{5}{x}} = \frac{2+c}{1-\frac{5}{x}} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = +\infty$ par le m argument.

$f'(x) = \frac{2(x-5) - 1(2x+3)}{(x-5)^2} = \frac{2x-10-2x-3}{(x-5)^2} = -\frac{13}{(x-5)^2} < 0$.

3.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 2
$f''(x)$			

$f''(x) = \left(\frac{1}{x^n} \right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$.

