

TD1: Maths.

Exercice 1.1. Soient $A(1,0)$, $B(-1,-2)$ et $C(-1,2)$.

(1) Calculer les distances AB , AC et BC .

(2) Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$. En déduire la nature exacte du triangle ABC .

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \|\vec{AB}\| = AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \|\vec{AC}\| = AC = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}.$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \|\vec{BC}\| = BC = \sqrt{16} = 4.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -2 \times (-2) + (-2) \times 2 = 4 - 4 = 0. \text{ et } \sqrt{2^2 \cdot 2^2} + 2^2 \cdot 2^2 = 16.$$

2. Donc ABC est un triangle rectangle isocèle en B .

Exercice 1.2. Trouver les valeurs possibles de x pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$$(a) \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 15 \end{pmatrix}; \quad (b) \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1-x \end{pmatrix}.$$

$$a) \quad \vec{v} = \lambda \vec{u}, \quad \vec{v} = \mu \vec{u}, \text{ et } \lambda = \frac{2}{x}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda x \\ 3\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2 = \lambda x \\ 15 = 3\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 5x \\ \lambda = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ \lambda = 5 \end{cases}$$

$$b) \quad \vec{v} = \lambda \vec{u}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\lambda \\ 3 = \lambda(1-x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{x}{2} \\ 3 = -\frac{x}{2}(1-x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{x}{2} \\ 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -2.$$

Exercice 1.3. Donner une équation cartésienne de la droite D représentée par

$$\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2-3t, \quad t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

$$ax+by+c=0. \text{ vecteur directeur } \vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3x-y+c=0. \quad A(1;2) \in D \text{ donc}$$

$$3-2+c=0 \Rightarrow c=-1 \text{ donc } 3x-y-1=0.$$

Exercice 1.4. Donner une équation cartésienne puis une représentation paramétrique de la droite D :

- (1) passant par $A(2, 3)$ et $B(-1, 4)$,
- (2) passant par $A(2, 1)$ et dirigée par $\vec{u} = -3\vec{i} - \vec{j}$,
- (3) passant par $A(2, -3)$ et parallèle à l'axe des x ,
- (4) passant par $A(1, 0)$ et perpendiculaire à la droite $\Delta : x - y + 5 = 0$.

① Si $A, B \in D$, alors $\vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D . Donc $\vec{n} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à D . On a alors :

(E): $-x - 3y + c = 0$. Or $A \in D$. Donc on peut remplacer dans (E).

$$-2 - 3 \times 3 + c = 0 = -2 - 9 + c = 0 \Rightarrow c = 11$$

Donc $D: x - 3y + 11 = 0$.

Donc :

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

② $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$

