

$$(4) \begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \\ x + 4y + z = 18 \\ x + 6y + 5z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \\ x + 4y + z = 18 \\ x + 6y + 5z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - 3z = 1 \\ y + 2z = 0 \\ 2y + 4z = 17 \\ 4y + 8z = -1 \end{cases} \Rightarrow 0 = 17.$$

Exercice 2.2. Soit $(S_1) : \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - ay = a \end{cases}$ et $(S_2) : \begin{cases} ax + y = 2 \\ x + ay = 2 \end{cases}$.

- (1) Déterminer, selon les valeurs du paramètre réel a , l'ensemble des solutions des systèmes (S_1) et (S_2) .
- (2) Dans $\mathbb{R}^2$ muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tracer les quatre droites représentées par les équations de ces systèmes.
- (3) Faire le lien entre les résultats obtenus dans les questions (1) et (2) ci-dessus.

$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ (2-a)y = -(2-a) \end{cases} \xrightarrow{a \neq 2} \begin{cases} x - 2y = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \text{ si } a \neq 2$$

Si $a=2$, le système devient:

$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ y = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \Rightarrow x - 2t = 2.$$

$$(S_2) : \begin{cases} x + ay = 2 \\ ax + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ay = 2 \\ (1-a^2)y = 2(1-a) \end{cases} \xrightarrow{\text{si } a^2 \neq 1} \begin{cases} x + ay = 2 \\ y = -2 \frac{(1-a)}{y(1+a)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ay = 2 \\ y = \frac{2}{1+a} \end{cases}$$

$\Rightarrow x = y$

* Si $a = 1$ PDS.

* Si $a = -1$

$$\begin{cases} x = 2-t \\ y = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Exercice 2.3. Déterminer, selon les valeurs du paramètre réel a , l'ensemble des solutions des systèmes linéaires suivants.

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 5 \\ x - 2y + 3z = 2 \\ 4x - y + 4z = a \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - y + az = a \\ x + ay - z = -1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x - 2y + az = 1 \\ 3x - ay + 2z = 1 \\ ax + y - z = 0 \\ x - 2y + z = a \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + 2y - z + t = 1 \\ x + 3y + z - t = 1 \\ 2x + y - 8z + t = a \end{cases}$$

On précisera à chaque fois si le système a une unique solution, une infinité de solutions ou pas de solutions.

$$(1) \begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 7y - 8z = 1 \\ 7y - 8z = a - 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 7y - 8z = 1 \\ 0 = a - 9 \end{cases}$$

$a \neq 9 \Rightarrow$ Pas de solut°.

Si $a = 9$:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 7y - 8z = 1 \\ z = t, t \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ y = \frac{1}{7} + \frac{8}{7}t \\ z = t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{2}{7} + \frac{16}{7}t - \frac{21}{7}t = \frac{16}{7} - \frac{5}{7}t \\ y = \frac{1}{7} + \frac{8}{7}t \\ z = t \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + az = a \\ x + ay - z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y + (a-1)z = a-2 \\ (a-1)y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y + (a-1)z = a-2 \\ (-2 + \frac{(a-1)^2}{2})z = -3 + \frac{(a-1)^2}{2} \end{cases} \xrightarrow{\frac{(a-1)(a-2)}{2}} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y + (a-1)z = a-2 \\ \left(\frac{(a+1)(a-3)}{2} \right) z = -3 + \frac{(a-1)(a-2)}{2} \end{cases}$$

Si $a = -1$,

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y + (a-1)z = a-2 \\ z = t, t \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y = \frac{3}{2} - t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} - t \\ z = t \end{cases}$$

Si $2=3$. Pas de solⁿ.

