

## Exercice 1.

$$L : a^{2^n}$$

On suppose que  $a^{2^n}$  est reconnaissable :

$$\exists A, |A| = q, q > 2^n, q \in \mathbb{N}$$
$$\exists p, v, s, |v| \geq 1 \text{ tel que :}$$

$$- v = pvs \quad \forall v \in L.$$

$$- pv^*s \subseteq L$$

On prend  $i \in \mathbb{N}^*$  tel que :

$$pv^i s \in L.$$

On a donc :  $|pv^i s| = 2^k$  pour  $k \in \mathbb{N}$  (par définition)

$$\Rightarrow |p| + |v^i| + |s| = 2^k$$

$$\Rightarrow |p| + i|v| + |s| = 2^k$$

$$\text{On a que } |p| + |v| + |s| = 2^{k'}$$

$$|v| = 2^{k'} - |p| - |s|$$

$$|p| + i2^{k'} - i|p| - i|s| + |s| = 2^k$$

$$\Rightarrow (|p| + |s|) - i(|p| + |s|) = 2^k - i2^{k'}$$

Donc  $k = k'$  (par identification)

$$\text{Donc on a } |pvs| = |pv^i s|$$

=> Absurde pour  $i > 1$ . ( $i \in \mathbb{N}$  par définition de l'étoile de Kleene)

DONC,  $L$  n'est pas reconnaissable.