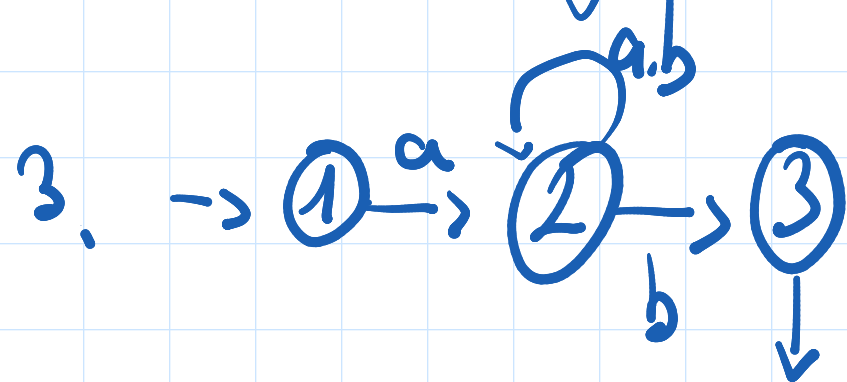
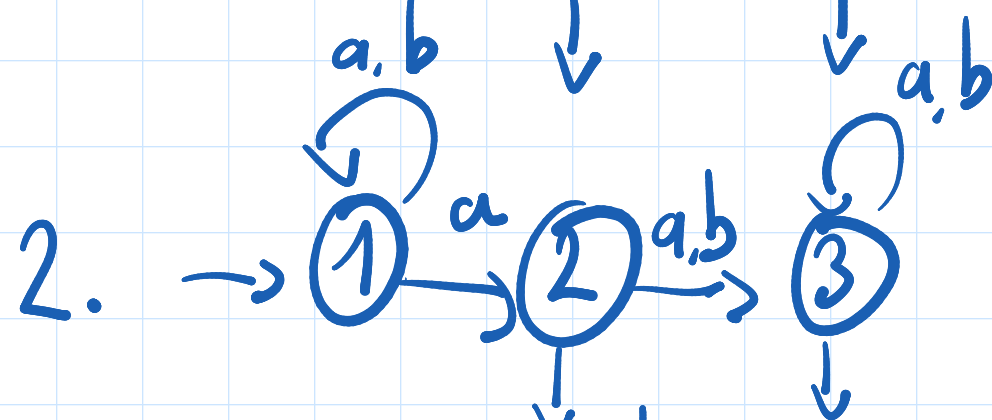
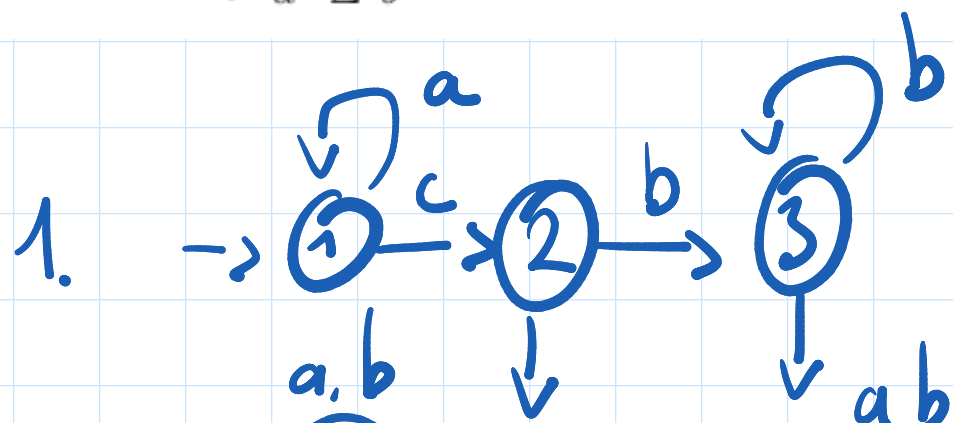


TD4: ALR.

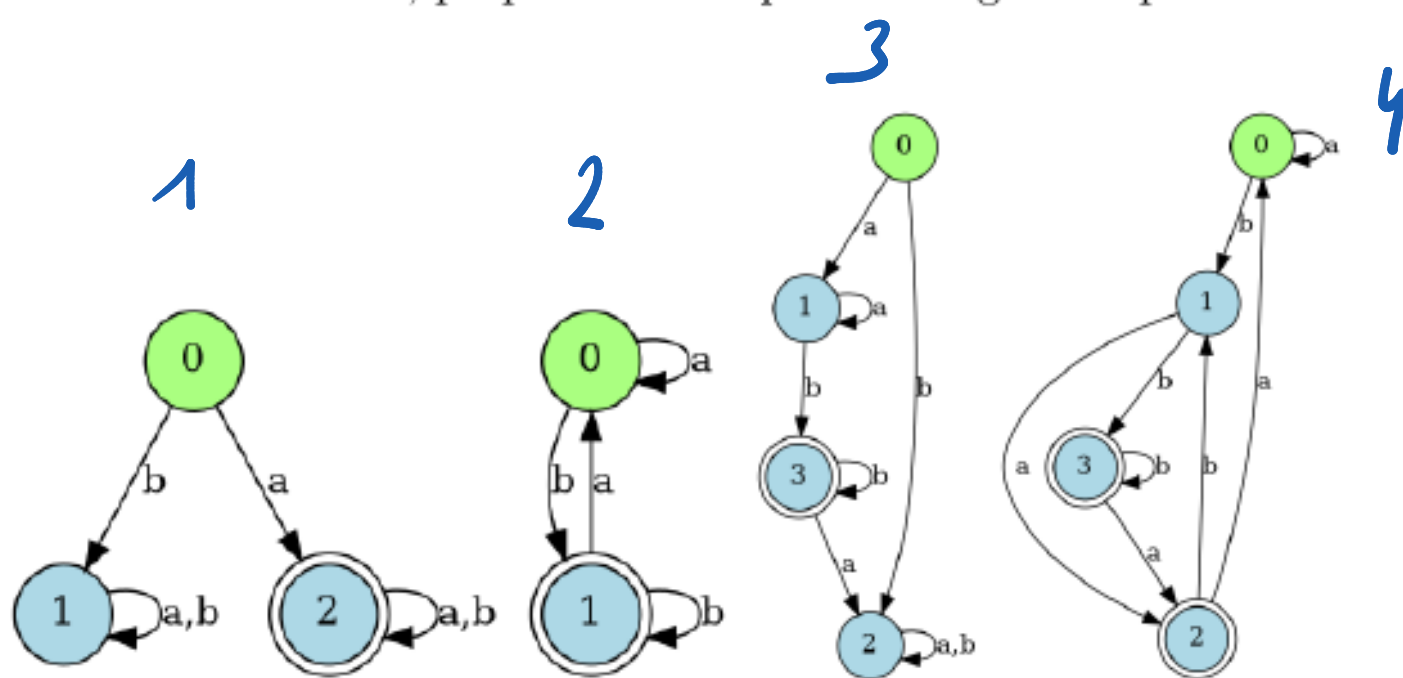
Exercice 1. Conversion entre automates et expressions

1. Pour chaque expression régulière, proposez un automate qui calcule le langage qu'elles dénotent:

- a^*cb^*
- $\Sigma^*a\Sigma^*$
- $a \cdot \Sigma^*b$



2. Pour chaque automate suivant, proposez une expression régulière qui dénote le langage qu'ils calculent:

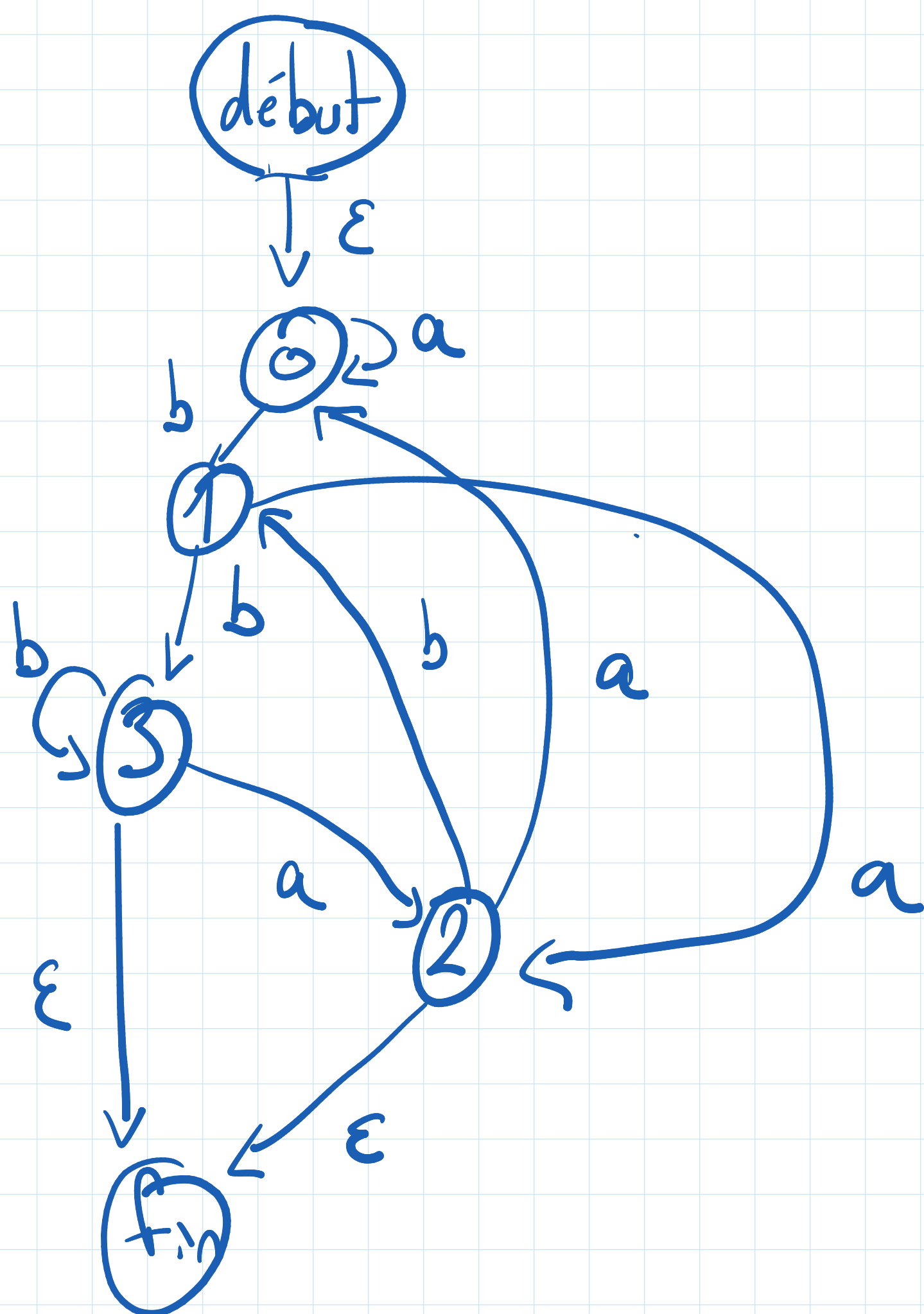
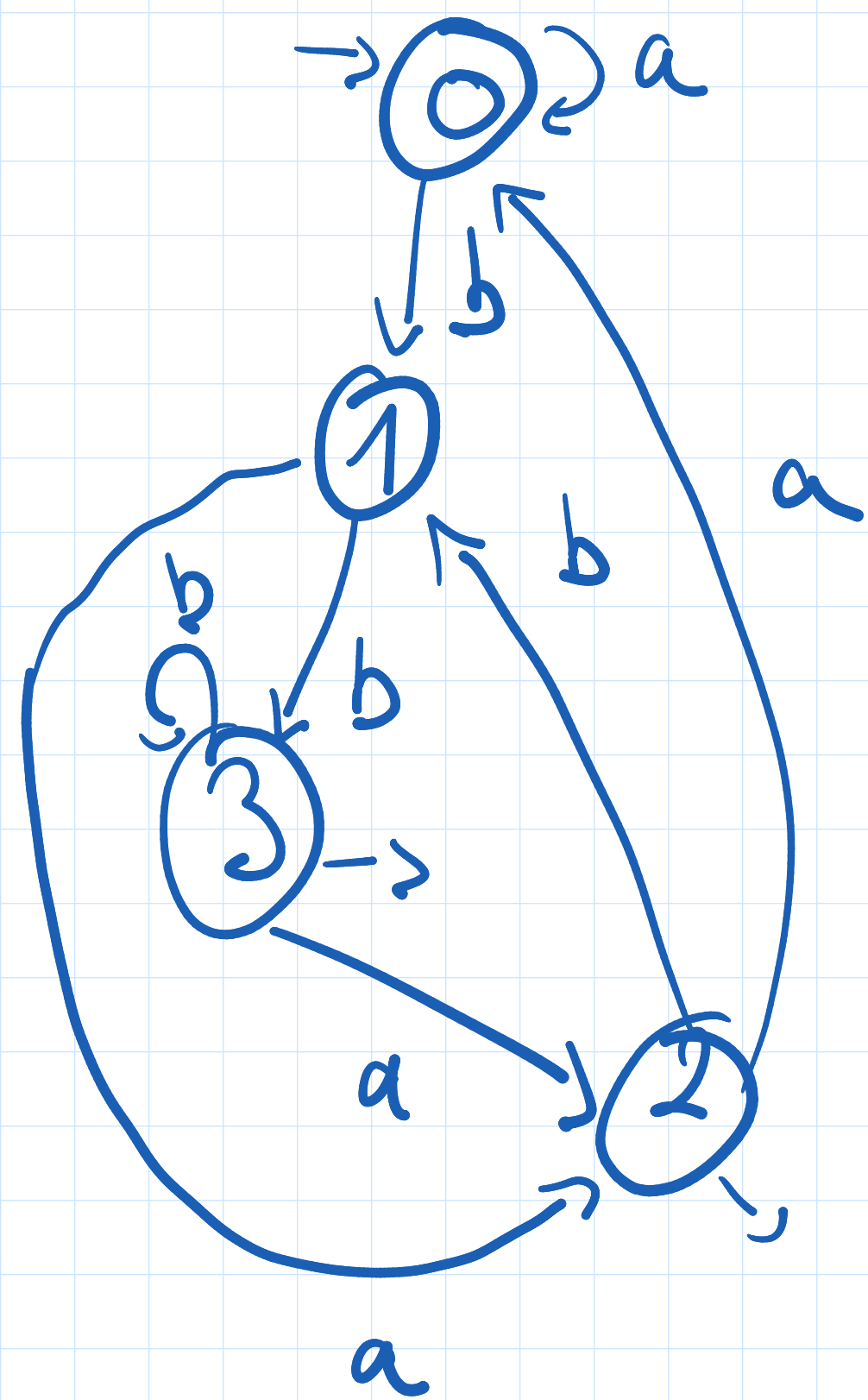


1. $a\Sigma^*$

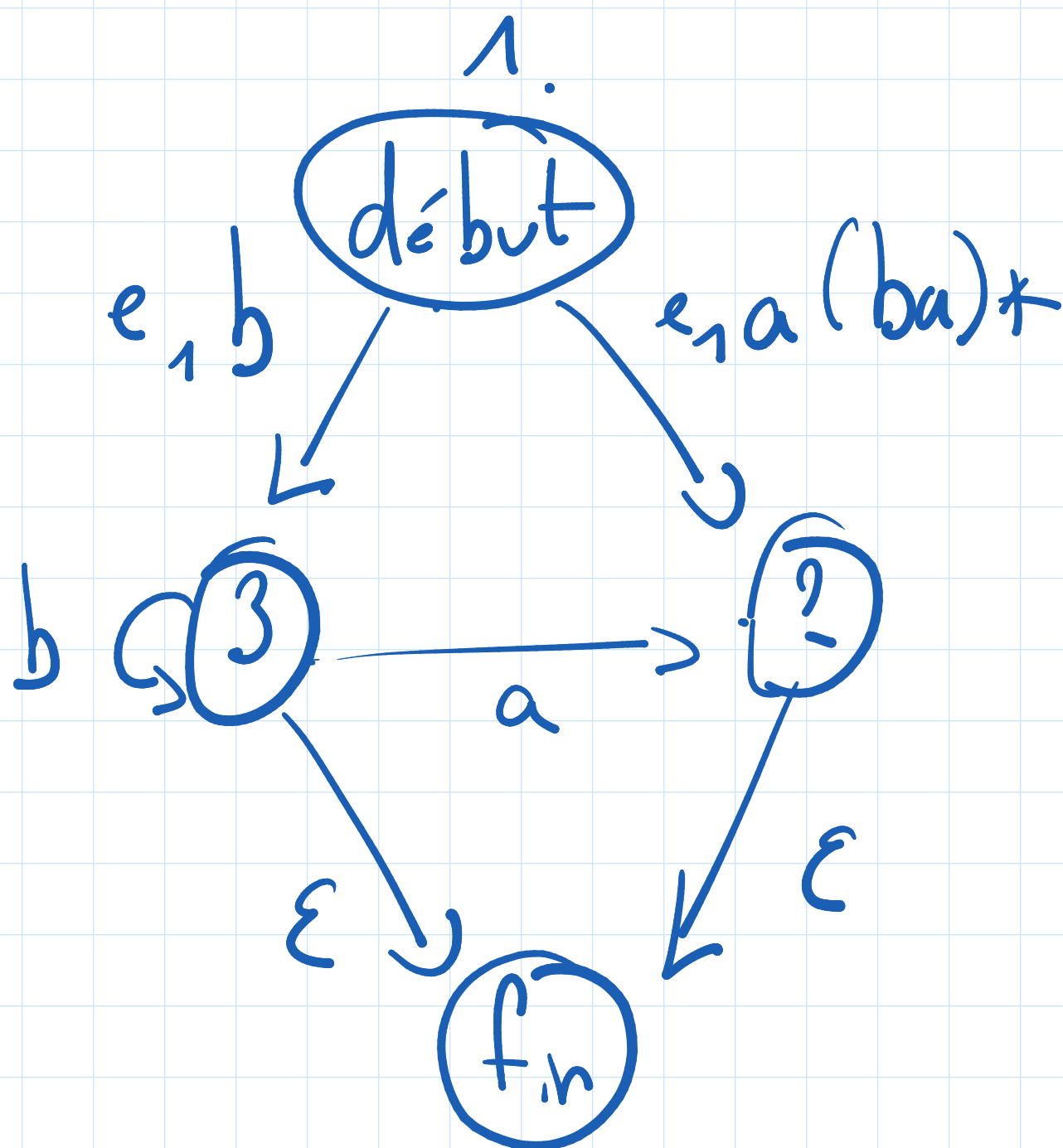
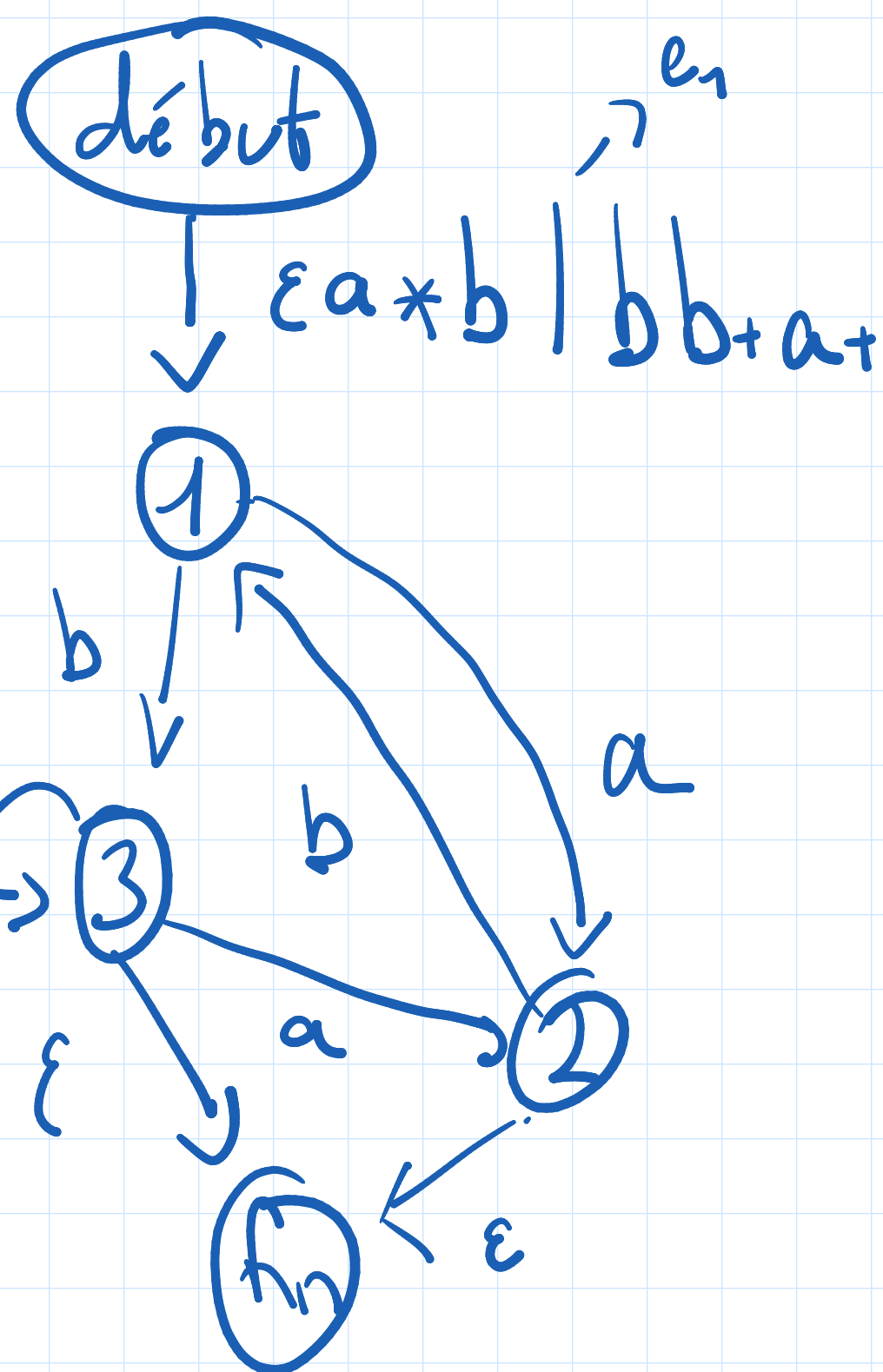
2. $a^*b(ab)^*b^*$

3. $a+b+$

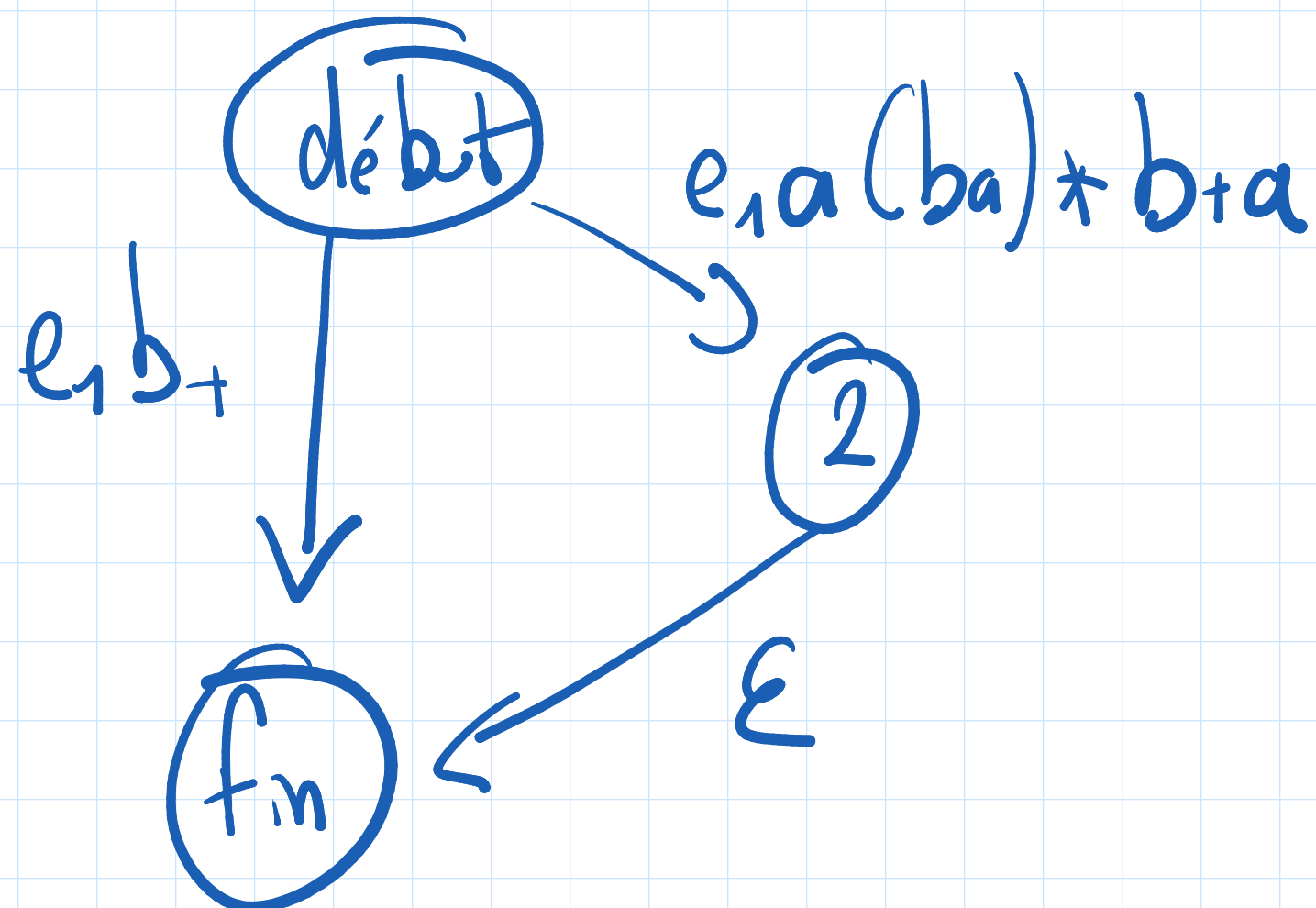
4. $(a^*ba^+)_+ \mid a^*b+(ab^+)^* \sim$



On élimine 0



On élimine 3.



$$e_1 b^+ \mid e_1 a(ba)^* b^+ a.$$

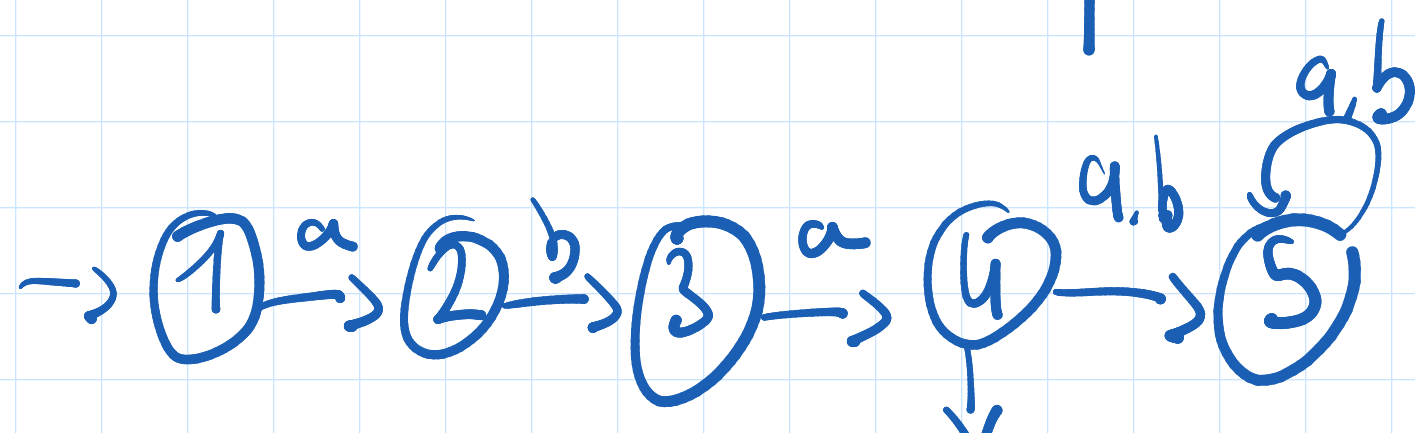
$$\equiv (a^* b \mid b b^+ a^+) b^+ \mid (a^* b \mid b b^+ a^+) . a(ba)^* b^+ a$$

Exercice 2. Les langages finis sont reconnaissables

On rappelle que la taille d'un langage est le nombre de mots qu'il contient et qu'un langage est dit fini lorsqu'il contient un nombre fini de mots.

1. Montrez que le langage $\{aba\}$ est reconnaissable.
2. Montrez que les langages singletons sont reconnaissables.
3. En déduire que les langages finis sont reconnaissables.

1. Il existe un automate tel que $L(A) = \{aba\}$



2. Les langages singletons sont reconnaissables avec la construction suivante:

Avec $n = |L|$ pour $v \in L$.

On prend:

- $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_n, q_{n+1}\}$

- Σ

- $\delta(q_i, v[i]) = q_{i+1} \quad \forall i < n$ et

$$\delta(q_i, v) = q_{n+1} \quad \forall i < n \text{ et } v \in \Sigma \setminus \{v[i]\}$$

$$\delta(q_n, v) = q_{n+1} \text{ pour } v \in \Sigma$$

$$\delta(q_{n+1}, v) = q_{n+1} \text{ pour } v \in \Sigma$$

- $i = q_0$

$$F = \{q_n\}$$

3. Récurrence. Sur $n = |L|$

initialisation :

$|L| = 1$. Question 2.

hérédité. On suppose P_n vrai, montrons P_{n+1}

On prend L_2 un langage singleton, il est donc reconnaissable

Par HR, on sait que L est reconnaissable

On pose $L' = L_2 \cup L$. Comme L_2 et L sont reconnaissables,

Il existe deux automates A et B qui les dénotent.

On prend donc $C = A \cup B$ l'automate union de A et B

Par définition, C reconnaît soit les mots de L soit les mots de L_2 , Donc il reconnaît L' .