TD9: ASD

Exercice 7 : Paire de points les plus proches

On se donne un ensemble P de n points dans le plan. On cherche à identifier la paire de points la plus proche.

Q 7.1 Quelle est la complexité en temps d'un algorithme naïf pour résoudre ce problème ?

2

$\Theta(n^2)$

Q 7.2 On vous donne l'algorithme récursif suivant :

```
Entrée : P : les n points, dans l'ordre croissant de leurs ordonnées
Entrée : debut : premier indice du point à considérer dans P (par défaut 0)
Entrée : fin : dernier indice du point à considérer dans P (par défaut |P| − 1)
Fonction ClosestPoints(P, debut, fin)
    si fin = debut + 1 alors
        retourner dist(P[debut], P[debut + 1]);
    fin
    d1 ← ClosestPoints(P, debut, fin/2);
    d2 ← ClosestPoints(P, fin/2 + 1, fin);
    d ← min(d1, d2);
    pour i allant de debut à fin faire
        pour j allant de debut à min(debut + 14, fin) faire
            d ← min(dist(P[i], P[j]), d);
        fin
    fin
    retourner d;
fin
```

Quelle est sa complexité asymptotique en temps, sachant que la fonction dist est exécutée en temps constant ?

$c(0) = 1$

$c(n) = \Theta(n) + 2(c/2)$

$\log_2(2) = 1$

$\Rightarrow \Theta(n) = \Theta(n) \Rightarrow c(n) = \Theta(n\log(n))$

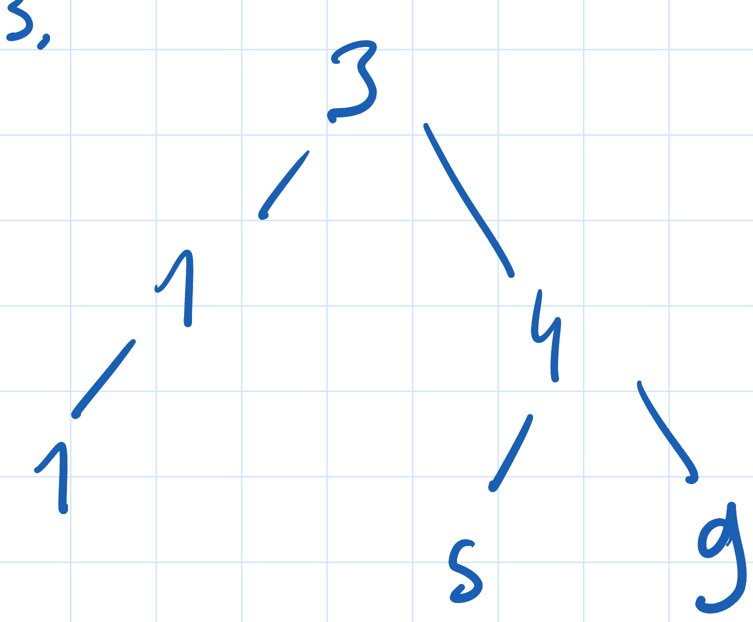
Exercice 1 : Des arbres

Pour chacun des arbres donnés ci-dessous sous forme de leur écriture en triplets, dessinez-le, donnez sa taille et sa hauteur, le nombre de feuilles, le nombre de nœuds à chaque profondeur.

1. $(1, \Delta, \Delta)$
2. $(3, (1, \Delta, (4, (1, \Delta, (5, \Delta, \Delta)), \Delta)), \Delta)$
3. $(3, (1, (1, \Delta, \Delta), \Delta), (4, (5, \Delta, \Delta), (9, \Delta, \Delta)))$
4. $(3, (1, (1, \Delta, \Delta), (5, \Delta, \Delta)), (4, (9, \Delta, \Delta), (2, \Delta, \Delta)))$

1. 1

3.



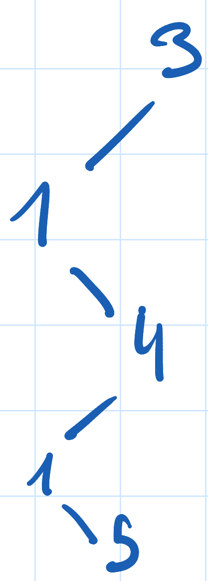
H, T, F

2, 6, 0

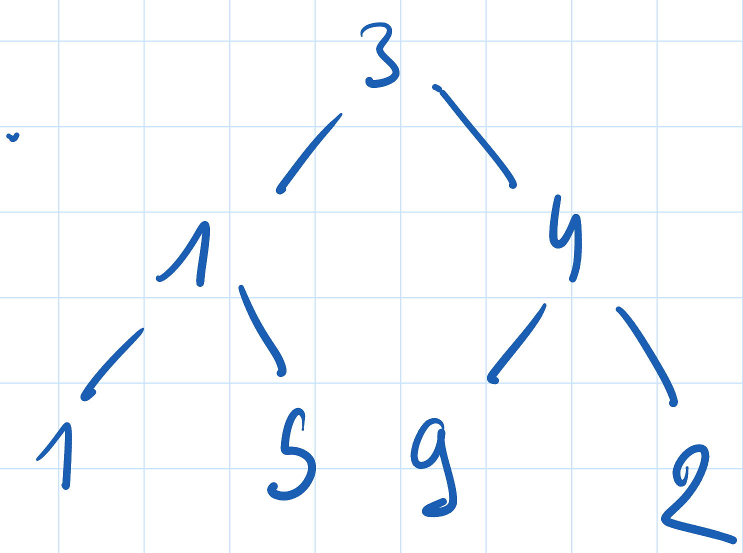
1, 5, 1

0, 3, 3

2.



4.



Exercice 2 : Nombre d'arbres binaires

On appelle squelette ou forme d'arbres binaires tout arbre binaire dans lequel on ne tient pas compte des étiquettes (ou dont on a effacé les étiquettes).

Q 2.1 Pour n compris entre 0 et 4, dessinez tous les squelettes d'arbres binaires de taille n, et donnez-en le nombre.

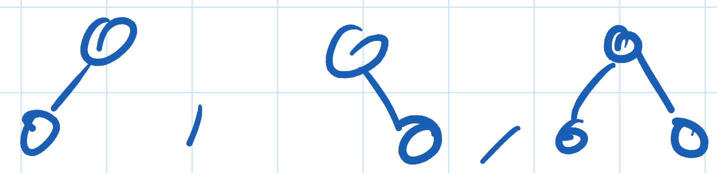
Q 2.2 Si on désigne par c_n le nombre de squelettes d'arbres binaires de taille n, expliquez la relation de récurrence vue en TP permettant d'exprimer le nombre c_n en fonction des nombres c_k avec $k < n$.

$$c_0 = 1$$
$$c_n = \sum_{k=0}^{n-1} c_k \cdot c_{n-k-1}$$

$n=0 \to 1$ $\emptyset$

$n=1 \to 1$ o

$n=2 \to 3$



$n=3 \to$