

TD6: Proba

Rappel : Variable aléatoire

$$\text{Une V.A. : } \Omega \longrightarrow X(\Omega) \subset \mathbb{R}$$

$$\omega \longrightarrow X(\omega)$$

Une V.A. permet de décrire numériquement une expérience aléatoire.

La loi d'une V.A. est l'ensemble des probas.

$$P(X=x) \quad \forall x \in X(\Omega)$$

Sd,

$$\text{Soit } X: \Omega = \{1, \dots, 6\}^2 \longrightarrow X(\Omega)$$

$$\omega = (\omega_1, \omega_2) \longrightarrow \omega_1 + \omega_2$$

La loi de $X = \{P(X=k), k \in \{1, \dots, 12\}\}$

$$\forall k, P(X=k) = P(\omega_1 + \omega_2 = k) = 1P_k \quad \forall k,$$

e. Soient $N=240$ (effectifs).

On pose n_k le nombre approximatif d'étudiants ayant obtenu une somme = k

$$p_k = \frac{n_k}{N} \Rightarrow n_k = N p_k$$

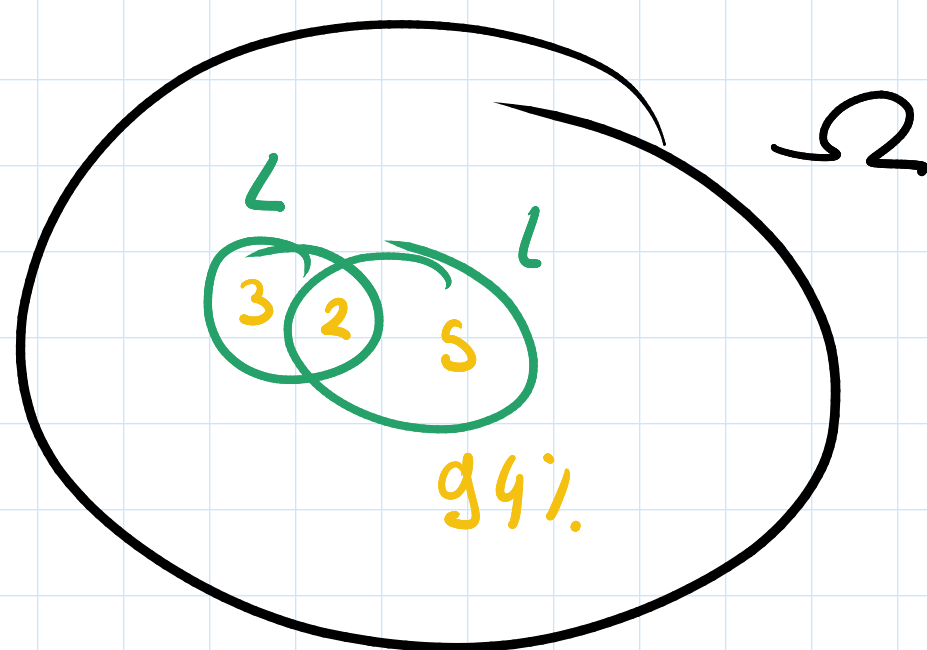
$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \quad \text{où} \quad E(X^2) = \sum_{k \in X(\Omega)} k^2 P(X=k)$$

Somme = k	p_k	n_k
2	1/36	7
3	2/36	13
4	3/36	20
5	4/36	27
6	5/36	33
7	6/36	40
8	5/36	33
9	4/36	27
10	3/36	20
11	2/36	13
12	1/36	7

médiane = 7

$\bar{x} = 7 \rightarrow$ distribution symétrique.

$$\text{Var}(X) = 5,85$$



Soit L : "la pièce est"

$$\text{ga.} \quad \sum_{n=0}^{+\infty} C \frac{e^{-n}}{n!} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=0}^n \frac{e^{-i}}{i!} = \frac{(e^{-1})^i}{i!} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(e^{-1})^n}{n!} = e^{(e^{-1})}$$

$$\text{Donc, il faut que } C = \frac{1}{e^{(e^{-1})}}$$

La loi de Poisson de paramètre λ est définie sur $\mathbb{N}$ par:

$$P(X=n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}$$

$$P(N \geq 4) = 1 - P(N \leq 3) = 0.3679.$$

$$P(E \cap F) = P(E)P(F)$$

$$\begin{aligned} P(E)P(F^c) &= P(E)(1-P(F)) = P(E) - P(E)P(F) \\ &= P(E) - P(E \cap F) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E \cap F) + P(E \cap F^c) \\ \Rightarrow P(E) - P(E \cap F) &= P(E \cap F^c). \quad \text{ok.} \end{aligned}$$