Université de Lille
INSPIRONS DEMAIN

ML

10 juillet 2026
Licence Parcours Info
Pierre Allegraud
Leandro Gomes
François Lemaire
Karim Raqbi
Marie-Émilie Voge
Léopold Weinberg

TD 1

---

1 Résolution graphique de programmes linéaires

Résoudre graphiquement les programmes linéaires suivants

$$(PL_1)\begin{cases} x_2 - x_1 = z(\min) \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1,\, x_2 \geq 0 \end{cases} \qquad (PL_2)\begin{cases} -x_1 = z(\min) \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ -2x_1 - x_2 \geq -6 \\ x_1,\, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(PL_3)\begin{cases} -2x_1 - x_2 = z(\min) \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ -2x_1 - x_2 \geq -6 \\ x_1,\, x_2 \geq 0 \end{cases} \qquad (PL_4)\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = z(\max) \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1,\, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(PL_5)\begin{cases} -x_1 - x_2 = z(\max) \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, \end{cases} \qquad (PL_6)\begin{cases} -x_1 - x_2 = z(\min) \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, \end{cases}$$

2 Exercice de modélisation

Cet exercice commence avec un programme linéaire en deux variables (comme dans le modèle d'aciérie) mais avec une histoire légèrement différente.

Vous dirigez une campagne de publicité pour un nouveau produit avec un budget d'un million d'euros. Vous pouvez faire de la publicité dans les programmes télévisés ou dans les magazines. Une minute de programme TV coûte vingt mille euros et touche potentiellement un million huit cent mille téléspectateurs ; une page de magazine coûte 10000 euros et touche potentiellement un million de lecteurs. Vous êtes obligé de consommer au moins dix minutes TV. On cherche comment utiliser le budget pour maximiser le nombre de consommateurs potentiels.

Formuler un programme linéaire mathématique et un modèle en AMPL. Résoudre le modèle mathématique graphiquement.

Qui dit campagne de publicité efficace dit publicitaires imaginatifs. Il faut trois personnes–semaines pour créer une page de magazine et une personne–semaine pour une minute TV. Vous avez cent personnes–semaines disponibles. Ajouter cette contrainte au modèle et déterminer la nouvelle solution optimale graphiquement.

Faire une campagne publicitaire sur radio permet d'atteindre deux cent cinquante mille auditeurs par minute, coûte deux mille euros la minute et ne demande qu'une personne–jour. Quel est le nouveau modèle ? Que devient la solution optimale (utiliser le logiciel) ?

On souhaite étudier le cas où on impose au moins deux pages de magazine puis celui où on impose deux heures de radio. Quelles modifications apporter au modèle ? Que devient la solution optimale (utiliser le logiciel) ?

3 Exercice de modélisation

Le modèle d'aciérie ci–dessous peut être modifié de différentes façons. Pour chaque cas, indiquer quelles modifications à effectuer. Les questions sont indépendantes les unes des autres.

```
set PROD;
param heures_ouvrees >= 0;
param vitesse_production {PROD} >= 0;
param prix_vente {PROD} >= 0;
param vente_max {PROD} >= 0;
param vente_min {PROD} >= 0;
var qte_produite {p in PROD} >= vente_min [p], <= vente_max [p];
maximize profit :
    sum {p in PROD} qte_produite [p] * prix_vente [p];
subject to production_limitee :
    sum {p in PROD}
        (qte_produite [p] / vitesse_production [p]) <= heures_ouvrees;
data;

set PROD := bandes rouleaux poutres;
param heures_ouvrees := 40;
param: vitesse_production prix_vente vente_max vente_min :=
bandes        200            25        6000      1000
rouleaux      140            30        4000       500
poutres       160            29        3500       750;
```

Comment modifier le modèle pour imposer que le nombre total d'heures utilisées pour la fabrication de tous les produits soit *égal* au nombre total d'heures ouvrées ? Si on résout ce programme linéaire, on s'aperçoit que la solution optimale ne change pas. Comment expliquer cela ?

On souhaite tenir compte d'une contrainte supplémentaire : le tonnage total de la production ne doit pas dépasser un certain tonnage maximal. Comment le modèle va–t–il évoluer ?

Un système de subventions gouvernemental encourage les aciéries à produire autant de tonnes que possible. Comment modifier le modèle pour maximiser le tonnage total ?

Plutôt qu'un nombre minimal de produits à vendre, on souhaite que le tonnage représenté par chaque produit soit supérieur ou égal à un certain pourcentage du tonnage total. Comment faire évoluer le modèle ?

4 De jeunes entrepreneurs

Un groupe de jeunes entrepreneurs a acquis un certain niveau de vie en acquérant différents objets dans des magasins d'électronique et en les revendant dans la rue. Chaque objet a une valeur marchande, un poids et un volume. Il y a des limites sur le nombre d'objets disponibles. Il y a aussi des limites sur le poids (30 kilos) et le volume total (0.2 mètres cubes) qu'il est possible de manipuler au cours de la journée. Le tableau suivant donne des valeurs indicatives. On cherche le nombre d'objets à acquérir pour maximiser le profit.

	Valeur (euros)	Poids (kilos)	Volume (cm cubes)	Disponible (unités)
téléphone portable	20	0.2	125	20
lecteur DVD	35	1	15000	15
montre	10	0.3	50	50

Q 1. Écrire un modèle mathématique.

Q 2. Écrire un modèle AMPL.

Q 3. La solution optimale est–elle nécessairement entière (c'est–à–dire uniquement formée de nombres entiers) ? Si non, quelle(s) commande(s) AMPL permettent d'obtenir une telle solution ?

Q 4. Pour ne pas décevoir les clients, il est souhaitable de disposer de quantités minimales de chaque objet. Il existe aussi des bornes établies empiriquement sur le nombre d'objets qu'il est raisonnablement possible de vendre. Comment faire évoluer le modèle pour tenir compte de ces remarques ?

4.1 Questions supplémentaires

Q 5. Déterminer par logiciel les valeurs marginales des contraintes sur le poids et le volume maximaux.

Q 6. Expliquer en une phrase comment ces valeurs marginales pourraient être utilisées pour décider si le groupe a besoin d'engager un nouveau collaborateur.

Q 7. En raison de circonstances contraires, le groupe est maintenant réduit à une seule personne, qui ne peut plus transporter que 5 kilos et 2000 cm cubes dans la journée. Quelle est maintenant la stratégie optimale ?